**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ Γ’ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο IR, να αποδείξετε ότι

(f(x)+g(x))΄=f΄(x)+g΄(x), x∈R

**Μονάδες 7**

**Α2.** Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x0 του πεδίου ορισμού της;

**Μονάδες 4**

**Α3.** Αν x1, x2, …, xν είναι οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής Χ ενός δείγματος μεγέθους ν και w1, w2, …, wν είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας), να ορίσετε τον σταθμικό μέσο της μεταβλητής Χ.

**Μονάδες 4**

**Α4.** *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

**α)** Αν για τη συνάρτηση f ισχύουν  για x0∈(α, β), f΄(x)>0 στο (α, x0) και f΄(x)<0 στο (x0, β), τότε η f παρουσιάζει ελάχιστο στο διάστημα (α, β) για x=x0.

**β)** Ένα τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης στο πεδίο ορισμού της μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό μέγιστο.

**γ)** Η διακύμανση των παρατηρήσεων μιας ποσοτικής μεταβλητής Χ εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.

**δ)** Αν για τους συντελεστές μεταβολής των δειγμάτων Α και Β ισχύει CVB>CVA, τότε λέμε ότι το δείγμα Β εμφανίζει μεγαλύτερη ομοιογένεια από το δείγμα Α.

**ε)** Αν Α, Β είναι ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω, τότε η έκφραση «η πραγματοποίηση του Α συνεπάγεται την πραγματοποίηση του Β» δηλώνει ότι Α⊆Β.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Έστω Α, Β και Γ ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω. Οι πιθανότητες των ενδεχομένων Α, Α∩Β και Α∪Β ανήκουν στο σύνολο λύσεων της εξίσωσης .

Η πιθανότητα του ενδεχομένου Γ ανήκει στο σύνολο λύσεων της εξίσωσης 9x2-3x-2-0.

**Β1.** Να αποδείξετε ότι ,  και .

**Μονάδες 5**

**Β2.** Να υπολογίσετε την πιθανότητα Ρ(Α΄-Β΄), καθώς επίσης και την πιθανότητα του ενδεχομένου

Δ: «πραγματοποιείται το πολύ ένα από τα ενδεχόμενα Α και Β».

**Μονάδες 8**

**Β3.** Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου

Ε: «πραγματοποιείται μόνο ένα από τα ενδεχόμενα Α και Β».

**Μονάδες 6**

**Β4.** Να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα Β και Γ είναι ασυμβίβαστα.

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Γ**

Θεωρούμε ένα δείγμα ν παρατηρήσεων μιας συνεχούς ποσοτικής μεταβλητής Χ, τις οποίες ομαδοποιούμε σε 5 ισοπλατείς κλάσεις, όπως παρουσιάζονται στον **Πίνακα Ι**, όπου fi%, i=1, 2, 3, 4, 5 είναι οι σχετικές συχνότητες επί τοις εκατό των αντιστοίχων κλάσεων. Θεωρούμε ότι οι παρατηρήσεις κάθε κλάσης είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες. Δίνεται ότι:

• Το ποσοστό των παρατηρήσεων του δείγματος που είναι μικρότερες του 10 είναι 10%

• Το ποσοστό των παρατηρήσεων του δείγματος που είναι μεγαλύτερες ή ίσες του 16 είναι 30%.

• Στο κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων, η γωνία του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στην 3η κλάση είναι 108ο.

• Η μέση τιμή των παρατηρήσεων του δείγματος είναι 



**Γ1.** Να αποδείξετε ότι f1%=10, f2%10, f3%=30, f4%=20, f5%=30. Δεν είναι απαραίτητο να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον **Πίνακα Ι** συμπληρωμένο.

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Να εξετάσετε αν το δείγμα των παρατηρήσεων είναι ομοιογενές.

Δίνεται ότι 

**Μονάδες 7**

**Γ3.** Έστω x1, x2, x3 και x4 τα κέντρα της 1ης, 2ης, 3ης και 4ης κλάσης αντίστοιχα και v1, v2, v3 και v4 οι συχνότητες της 1ης, 2ης, 3ης και 4ης κλάσης αντίστοιχα. Αν , να βρείτε το πλήθος v των παρατηρήσεων του δείγματος.

**Μονάδες 5**

**Γ4.** Έστω α1, α2, α3, α4, α5 πέντε τυχαία επιλεγμένες παρατηρήσεις διαφορετικές μεταξύ τους από το παραπάνω δείγμα v παρατηρήσεων. Ορίζουμε ως  τη μέση τιμή των πέντε αυτών παρατηρήσεων και Sα την τυπική τους απόκλιση. Εάν , για i=1, 2, 3, 4, 5 να δείξετε ότι η μέση τιμή  του δείγματος βi, i=1, 2, 3, 4, 5 είναι ίση με 0 και η τυπική απόκλιση Sβ είναι ίση με 1.

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται ο κύκλος (Ο, ρ) με κέντρο Ο και ακτίνα ρ=5 και ορθογώνιο ΑΒΓΔ εγγεγραμμένο στον κύκλο αυτόν με πλευρά ΑΒ=x, όπως φαίνεται στο Σχήμα Ι.



**Δ1.** Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΓΔ, ως συνάρτηση του x, δίνεται από τον τύπο  0<x<10.

**Μονάδες 4**

**Δ2.** Να βρείτε την τιμή του x για την οποία το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΓΔ γίνεται μέγιστο. Για την τιμή αυτήν του x, δείξτε ότι το ορθογώνιο ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο.

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Να υπολογίσετε το όριο .

**Μονάδες 8**

**Δ4.** Έστω Α, Β ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω. Αν Ρ(Α-Β)>0, να δείξετε ότι .

**Μονάδες 8**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 31

**Α2.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 22

**Α3.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 87

**Α4.** α) Λάθος , β) Σωστό , γ) Λάθος , δ) Λάθος ,ε) Σωστό

**ΘΕΜΑ Β**

**Β1.**Ισχύει

 τότε 

 ή  ή  .

Αρα  ,  και 

**Β2.** Ισχύει  αρα  επίσης

==

=-=

**Β3.** Αφου  τότε

=+=+-=

**Β4.**  ή  και αφου τότε 

Αν τα Β και Γ ηταν ασυμβίβαστα , από τον απλό προσθετικό νόμο των πιθανοτήτων θα είχαμε :

=+= Άτοπο. Άρα τα Β, Γ δεν είναι ασυμβίβαστα.

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Έχουμε , και 

Ισχύει , οπότε  (1)



(2). Από (1) και(2) έχουμε και 

Αρα  και 

**Γ2.**



Αρα 

, οπότε το δείγμα των παρατηρήσεων δεν είναι ομοιογενές

**Γ3.** 

Αρα



**Γ4.** 

Οπότε : και 

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Από το πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:

αρα



Το ορθογώνιο ΑΒΓΔ εχει εμβαδον 

x 0  10

f΄(x) + -

f(x)

**Δ2.**



Μ

Εχουμε 





Άρα στο η f παρουσιαζει μέγιστο , οποτε για το εμβαδον του ορθογωνίου ΑΒΓΔ γίνεται μέγιστο.

Επειδή , το ορθογώνιο ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο

**Δ3.**



**Δ4.**

Αφου τότε  και αφου f γνησίως αυξουσα στο

 τότε



ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΕ Ο ΤΟΜΕΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ

**«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ» ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ**

[**www.floropoulos.gr**](http://www.floropoulos.gr)

**ΓΕΩΡΓΑΚΟΠΟΥΛΟΣ Β. – ΚΟΥΣΗΣ Π. - ΤΖΩΡΤΖΙΝΗΣ Γ. – ΦΙΛΙΟΓΛΟΥ Β. – ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΣ Α.**